Chapitre 3 arithmétique

Associativité : Changer la place des parenthèses dans un calcul

L’addition est associative :

a+(b+c)=(a+b)+c donc addition associative

(a-b) !=a-(b-c) donc soustraction non associative

Commutativité : changer la place des éléments dans un calcul

a+0=0+a=a commutative

a-0 !=0-a non commutative

symétrie : Element qu’on ajoute à a où l’on obtient l’élément neutre : 0

symétrie de a = -a

élément neutre dans l’addition : 0

L’addition ne possède pas de symétrie dans N

Multiplication :

(a\*b)\*c=a(b\*c) donc la multiplication est associative

A\*b=b\*a la multiplication est commutative

Elément neutre = 1

La symétrie de a est 1/a pour la multiplication si a !=0

Si on se restreint au domaine Z par exemple

½ n’est pas dans Z donc 2 n’a pas de symétrie

On peut dire que la multiplication n’a pas de symétrie dans Z

Distributivité :

a\*(b+c) : a\*b + a\*c donc on peut distribuer

S’il n’y a pas de symétrie dans un ensemble alors on dira que par exemple l’ensemble N n’est pas un anneau

CALCULS DANS Z :

On ne peut pas diviser dans Z alors on va passer par la division euclidienne

On ne peut pas écrire des fractions dans Z

Exemple : 123˫15 : quotient = 8

Reste = 3

123=(15\*8)+3

Il faut s’arrêter lorsque le reste est plus petit que le diviseur

Ce n’est pas une division euclidienne si reste >=diviseur

Nombre entier : Nombre >1 qui n’a que deux diviseurs positifs : 1 et lui-même

Premiers nombres premiers : 2,3,5,7,11,13,17…

Ensemble nombres premiers : infinis

Raisonnement par l’absurde : on suppose le contraire de ce que l’on cherche.

Test de primarité :

Un entier n est premier s’il n’est divisible par aucun nombre premier <= sqrt(139)

Théorème fondamental de l’arithmétique :

N’importe quelle nombre nature > 1 peuvent s’écrire comme produit de nombres premiers :

Une image contenant Police, typographie, blanc, texte

Description générée automatiquement

COURS DU 23/10/2023 :

Une image contenant texte, capture d’écran, Police, ligne

Description générée automatiquement

16 et 25 : Plus grand diviseur commun (PGCD) 🡪 16 et 25 sont premiers entre eux

36 et 12 :

36 : 3\*12 et 12 : 12\*1

36 et 12= 12 diviseur commun donc ils ne sont pas premiers entre eux

47 et 17 = 1 diviseur commun donc ils sont premiers entre eux

Algorithme D’Euclide :

a=bq+r

exemple pgcd(1323,87)

Décomposer 1323 et 87

PPCM PRENDRE LE PLUS GROS COEFF

Apprendre le théorème de Bezout.

Cours du 06/11/2023

Algorithme D’Euclide

Utiliser l’algorithme pour des nombres importants pour trouver pgcd

Une image contenant texte, Police, capture d’écran, algèbre

Description générée automatiquement

Lien entre ppcm et pgcd :

Pgcd(a,b)\*ppcm(a,b)=a\*b

Théorème de Bezout :

Deux entiers positifs a et b

On a :

A\*u+b\*v=pgcd(a,b)

U et v solution de cette equation

Si on a cette equation on va toujours avoir une infinité de solutions u et v

Réciproque de Bezout :

Si a\*u+b\*v=d Alors pgcd(a,b) divise d

80 u +21v=pgcd(80,21)

On cherche (u,v) couple de Bezout

Diviser 80 par 21 :

80=3\*21+17

21=17\*1+4

17=4\*4+1

4=1\*4+0

Alors PGCD = 1 (dernier reste non nul)

Grâce à l’algorithme d’Euclide ETENDU :

1= 80 u +21v

1=80-3\*21 -4(4\*21-80)

1=80+4\*80-3\*21-16\*21

1=5\*80-19\*21

Donc 🡺 a=5 et b=19

Théorème de Gyass :

A divise bc

VOIR LA CONGRUENCE